$$\ln(x/y) = \ln(x) - \ln(y)$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

COMPETÈNCIES BÀSIQUES II

UNITAT DIDÀCTICA 8

Iniciació a l'àlgebra.
Equacions de primer grau

La taronja!

Joan ven les taronges de la seua horta situada al sud de València, per internet a 2,5 €/ kg i també és pianista. Li han contractat per a fer diversos concerts al Teatre del Liceu de Barcelona al mes de desembre pel la qual cosa no podrà ocupar-se del negoci de les taronges. Així doncs, decideix contractar a Marcos perquè s'ocupe. Li donarà 1/3 del total de la venda. Si Joan espera obtenir 8.000 €, quants quilograms espera vendre el mes de desembre?

En aquesta unitat es mostren estratègies i eines perquè:

- Extragues informació sobre la relació entre les variables que intervenen en una expressió matemàtica que descriu un fenomen físic.
- Resolgues equacions de primer grau.
- Planteges i resolgues problemes en els quals el valor d'una variable és desconegut.

Has de repassar:

- Les operacions amb nombres enters i fraccions.

Índex

1. Expressió algebraica. Monomi i polinomi
2. Traducció al llenguatge algebraic
3. Equacions de primer grau
4. Resolució de problemes mitjançant equacions

1.Expressió algebraica. Monomi i polinomi

Aquesta unitat suposa una generalització del model numèric. Treballarem amb números i lletres. Les lletres es refereixen a números que no coneixem. Més concretament, una expressió algebraica és un conjunt de números i variables (lletres) entre els quals existeixen les operacions de suma, resta, producte, divisió, potència o arrel.

Exemple:

$$3xy^2 - \frac{5}{z}$$

Observa que l'operació producte no sol escriure's entre les variables i els números. Hem d'entendre:

$$3 \cdot x \cdot y^2 - \frac{5}{z}$$

Com pot veure, veus hi ha tres variables, x,y,z, però, en aquesta unitat ens centrarem en expressions algebraiques amb una sola variable i que a més són d'un tipus especial:

monomis i polinomis.

On apareixen les expressions algebraiques?

Un monomi en la variable x amb coeficient real és una expressió algebraica de la forma:

ax^n

on a és nombre decimal (positiu o negatiu), fracció o enter conegut qualsevol, n és un nombre enter positiu o zero i x és la variable o indeterminada, és a dir, el número que no és conegut.

El monomi X^0 s'identifica amb el número 1.

El número *a* s'anomena *coeficient* o part numèrica del monomi. Es diu que X^n és la part literal del monomi.

Exemples de monomi

$3x^5$	$2x$	$-7x^3$
$3{,}5x$	$\frac{3}{2}x^2$	$-3{,}6x^8$
4 perquè $4 = 4\,x^0$	0 perquè $0=0\,x^{100}=0\,x^9$	$-\frac{4}{9}x$

Si a és diferent de zero, llavors, es diu que *n* és el grau del *monomi*.
Si *a* és zero, llavors, el grau del monomi es diu que és infinit. Aquest és el símbol de l'infinit: ∞.
Fixa't que $x^{2,5}$ és una expressió algebraica però no és un monomi perquè l'exponent de la variable ha de ser un nombre enter positiu o zero. Passa igual amb 7/x, que és una fracció algebraica de monomis però, no és un monomi.
Quan escrivim x, ens referim al monomi $1x^1$, i quan escrivim -x, ens referim al monomi $-1x^1$. Pensa que quan escrivim per exemple 5, és equivalent a fer la potència 5^1.

Activitat resolta

Completa

Monomi	Coeficient	Grau
$-3x$	-3	1
0	0	infinit
5	5	0, perquè $5=5x^0$
$12x^{20}$	12	20
$-4x$	-4	1
$9x^6$	9	6
$\frac{2}{3}x^2$	2/3	2

Activitat resolta

1. Completa

Monomi	Coeficient	Grau
$-4x$		

0		
9		
$15x^8$		
$6x$		
$10x^3$		
$\frac{5}{2}x^6$		

Dos monomis en la indeterminada x es diu que són semblants si tenen la mateixa part literal. Per exemple, 3x i 7x són semblants, així com també, $8x^2$ i $25x^2$. En canvi, no són semblants x^2 i 5x.

Observa que dos monomis són semblants quan l'exponent de la lletra x és el mateix en ambdós.

Activitat proposada

2. Completa amb sí o no

Monomis	Semblants?	Monomis	Semblants?
$6x$ i $6x^2$		$7x^{10}$ i $-6x^{10}$	

Operacions amb monomis:

Dos monomis que siguen semblants es poden sumar o restar. Per a sumar dos monomis semblants se sumen els coeficients i es deixa igual la part literal.
Per a restar dos monomis semblants es resten els coeficients i es deixa igual la part literal.

Exemples

$4x^5+6x^5 = 10x^5$

$14x^7- 6x^7 = 8x^7$

Cal tenir en compte que els coeficients poden ser enters negatius i per això hem d'utilitzar les regles de la suma i la resta de nombres enters.

$-4x^5+12x^5=8x^5$

Activitat proposada

3. Realitza les operacions següents amb monomis:

a) $x + 2x - 4x + 8x$ b) $3x - 4x + 7x + 4x$ c) $-2x^2 + x^2$ d) $3x^5 + 6x^5$

Multiplicació

El producte de dos monomis no nuls en la indeterminada x és igual a un monomi, el coeficient del qual és el producte dels coeficients i el grau és la suma dels graus.
El producte del monomi nul per un monomi qualsevol és el monomi nul.

Exemples:

$4x^5 \cdot 6x^2 = 24x^7$

$0 \cdot 6x^8 = 0$

Activitats resolta

Realitza les operacions següents amb monomis:

a) $x \cdot 1=x$	b) $1 \cdot x = x$	c) $-1 \cdot x^2 = -x^2$
d) $x \cdot x = x^2$	e) $x \cdot x^2= x^3$	f) $x^2 \cdot x^8 = x^{10}$
g) $(3x^2) \cdot (-2x^2)= - 6x^4$	h) $-8x^2 \cdot 5x = - 40x^3$	i) $4 \cdot 6x^2 = 24x^2$

Activitats proposada

4. **Realitza les operacions següen ts amb monomis:**

a) $2x \cdot 4x$	b) $6 \cdot 4x$	c) $- 8 \cdot 4x^2$
d) $x \cdot 7x$	e) $0 \cdot 5x^2$	f) $5x^2 \cdot 6x^8$
g) $(-4x^2) \cdot (-9x^2)$	h) $- x^2 \cdot 9x$	i) $- 4 \cdot (-6x^2)$

Divisió

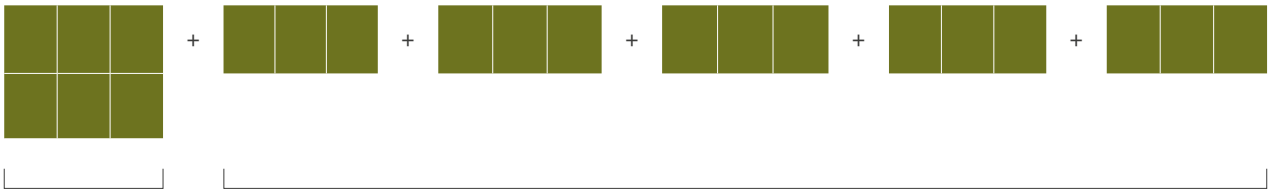
Aplicant les propietats de simplificació de fraccions poden fer divisions:

$(20x^5):(2x^3) = \dfrac{20x^5}{2x^3} = \dfrac{2 \cdot 10 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x}{2 \cdot x \cdot x \cdot x} = 10x^2$	Es divideixen els coeficients i es resten els exponents. Es simplifiquen els factors repetits en el numerador i el denominador. En dóna un monomi.
$(5x):(10x) = \dfrac{5x}{10x} = \dfrac{5 \cdot x}{2 \cdot 5 \cdot x} = \dfrac{1}{2}$	El quocient és un número.

$(2x^3):(20x^5) = \dfrac{2x^3}{20x^5} = \dfrac{1}{10\,x^2} = \dfrac{1}{2}$	En dóna una fracció algebraica. No és un monomi.

Per què només es poden sumar o restar monomis que siguen semblants?

Observa la il·lustració següent. Quantes caixes hi ha?
Suposem que tenim caixes agrupades i anomenem x al nombre de caixes en una fila.



3^2 5^3

x^2 $x+x+x+x+x=x^2+5x$

Hi ha 9+15=24 caixes. Com veus, no es poden sumar monomis amb diferent part literal. No té sentit posar 6x ni $6x^2$. En aquest cas, deixem la expressió x^2+5x, que s'anomena polinomi.

Algunes frases per a recordar la suma de monomis:

- *Dos taules més tres taules són cinc taules. (Ací, taula és la variable x.)*
- *No es pot sumar peres amb pomes. (No es pot sumar x amb x^2.)*

Concepte de polinomi i nomenclatura

- Un polinomi és la summa o resta de diversos monomis no semblants.
- Cadascun dels monomis que componen un polinomi es diu terme.
- Els coeficients d'un polinomi són tots els coeficients dels termes que componen el polinomi.
- Es diu polinomi nul al polinomi que té tots els seus terms iguals a zero.
- El grau d'un polinomi no nul és el màxim dels graus dels termes no nuls que componen el polinomi.
- El grau del polinomi nul és infinit.
- El terme que no té variable es diu terme independent.

Exemple: Els coeficients del polinomi

$6x^3 + 2x - 14$

són 6,0,2,-14 perquè és igual a

$6x^3 + 0x^2 + 2x - 14.$

El grau és 3 i el terme independent és -14.

Activitat proposada

5. Completa la taula.

Polinomi	Coeficients	Grau
$7x^3 - 5x + 2$	7,0,-5,2	3
$2x^3 - x^2 - 6x + 2$		
$-2x^3 + 8$		
x^6 - $5x^2 + 2x$		
$4x^2 - x$		
$8x^5 + 9x^4 - 5x^3 + x + 1$		
$2x^4 - x^3 + x - 1$		
$x + 1$		

Valor numèric

Quan substituïm la x d'un polinomi per un número concret i realitzem els càlculs obtenim un número que es diu valor numèric del polinomi.

Exemple: Calcula el valor numèric de $3x^2$ per a x=-2

Canvia x per (-2). És important que poses els parèntesis, ja que és un nombre negatiu.

Substituïm x per (-2)	$3 \cdot (-2)^2$
Calculem la potència	$3 \cdot 4$
Calculem el producte	12

Diem que el valor numèric de $3x^2$ per a x=-2 és 12.

Activitat resolta

Calcula el valor de $3x^2+7x+5$ per a x= -4

Substituïm x per (-4)	$3 \cdot (-4)^2 + 7 \cdot (-4) + 5$
Calculem la potència	$3 \cdot 16+7 \cdot (-4) + 5$
Calculem el producte	48 - 28 + 5
Calculem les sumes i les restes	25

Activitats propostes

6. Calcula el valor de 3x+5 per a x=-3.

7. Calcula el valor de 6x^2 per a x=4.

2.Traducció al llenguatge algebraic

Traduir al llenguatge algebraic significa expressar el llenguatge natural amb variables, números i operacions.

Exemples:

Quatre menys un número	4-x
El quàdruple d'un número	4x
La quarta part d'un número	x/4
El quíntuple d'un número dividit entre 3	5x : 3
Dos números es diferencien en 4 unitats	x - y = 4

Activitat resolta

Tradueix al llenguatge algebraic

Nombre de persones casades després de celebrar-se x matrimonis.	2x
Repartir una fortuna entre 7 germans.	$\frac{x}{7}$
Contingut de 12 botelles d'aigua d'igual capacitat.	12x
Duple de l'edat més 25 anys.	2x+25
Dos cinquens d'un número.	$\frac{2}{5}x$
El triple d'un número més 1.	3x+1
Un número menys 3.	x-3
Tres huitens d'un número.	$\frac{2}{8}x$
L'edat de Joan passats 16 anys.	x+16
L'edat de Pere fa 4 anys.	x-4
El 7 per cent d'una quantitat	0,07x També $\frac{7}{100}x$

Augmentar una quantitat el 21 per cent	1,21x També $x + \frac{21}{100} x$
Disminuir una quantitat el 3 per cent	0,97x També $x - \frac{3}{100} x$

Activitat proposada

8. Tradueix al llenguatge algebraic

a) Una quantitat augmentada el 67%.	b) La suma de tres números consecutius és major que vint.
c) Una quantitat disminuïda el 6%.	d) El triple d'un número més la seua meitat és igual a vint-i-sis.
e) La suma de dos números per la seua diferència és igual a cinc.	f) Dos terços de la suma de dos números més tretze vegades la seua diferència.
g) Un número menys el seu precesor.	h) Una quantitat augmentada el 7%.
i) Una quantitat disminuïda el 30%.	j) La suma de dos números per la seua diferència és igual a huit.

3. Equacions de primer grau

Una equació és una igualtat entre dues expressions algebraiques que es compleix per a certs valors de les variables. Si es compleix per a qualsevol valor que posem en les variables o incògnites, llavors es diu que és una identitat.
Per tant, una equació consta de dos costats o membres separats pel signe d'igualtat.
Podem identificar una equació amb una balança que té dues safates amb objectes i que està equilibrada. Cada safata és un costat de la igualtat.

Exemple d' equació

$$3xy^2 - \frac{5}{z} = 8xz + 9$$

És una equació de diverses variables. Però, en aquesta unitat només treballarem amb equacions amb la indeterminada x i a més seran equacions de primer grau, és a dir, no tindrem x^2,x^3,x^4,etc., només x.

Exemple d'equació de primer grau

$$14x + 3 = 2x - 8$$

La solució d'una equació en la variable x és un número tal que en substituir en l'equació la variable x per aquest valor i realitzar les operacions indicades queda en tots dos costats de la igualtat el mateix número.

Els membres d'una equació són les expressions que apareixen a cada costat del signe igual.

Els termes d'una equació són les expressions de cada membre que estan separades pels signes més i menys.
En l'equació 14x+3=2x-8, els termes són: 14x;3;2x; -8, el primer membre o costat de l'esquerra és 14x+3 i el segon membre o costat de la dreta és 2x-8.
Una equació de primer grau amb una incògnita en la seua forma reduïda és una equació de la forma

$$ax+b=0$$

on a i b són nombres coneguts amb a≠0, és a dir, tenim en el primer costat de la igualtat, un polinomi de grau 1, i per això, s'anomenen equacions de primer grau.

Exemple

$$5x+15=0$$

Per tanteig, la solució és x=-3.
Dues equacions són equivalents si tenen les mateixes solucions.

Exemple
Les equacions 2x=10 i 6x=30 tenen la mateixa solució x=5. Per tant, diem que són equivalents.

Activitat proposada

9. En l'equació 2x+3=6x+1 identifica el primer membre, el segon membre, els termes i la incògnita.

4. Resolució d'equacions de primer grau

Resoldre una equació és trobar-ne la solució, és a dir, descobrir el valor que ha de prendre la variable x. Amb tanteig podem resoldre molts equacions, però hi ha estratègies per a la resolució, que estan basades en la aplicació **d'operacions elementals**, que són aquelles operacions que transformen una equació en una altra equivalent.

1.Sumar (o restar) als dos membres de la igualtat un mateix número.

2. Multiplicar (o dividir) als dos membres de la igualtat un número diferent de zero.

Per a comprendre això pensa en la balança i el que pots fer o no pots perquè sempre estiga equilibrada.

Tipus 1:

$x+b=0; x-b=0.$

Apliquem l'operació elemental 1.

En x+b=0, transposem b, (resten b en ambdós membres)

Per exemple: x+6=0, La solución és x=-6.

En x-b=0, transposem -b, (sumen b en ambdós membres)

Per exemple: x-6=0, La solución és x=6.

Tipus 2:

$$ax = b; \frac{x}{a} = b$$

Apliquem l'operació elemental 2.

En $ax = b$, passem a al denominador del segon membre (dividim entre a).

Per exemple, $6x=30$,

La solución és

$\frac{30}{6}$; és a dir, $x=5$

En $\frac{x}{a}$, passem a al numerador del segon membre (multipliquem per a)

Per exemple, $\frac{x}{6} = 30$. La solución és x=30·6; és a dir, x=180.

Tipus 3:

$ax+b=0$

La solució és:

$$x = \frac{(-b)}{a}.$$

Per exemple, la solució de l'equació

$5x+15=0$ és $x=-3$.

Activitats proposades

10. Resol les equacions següents:

a) $2x+6=0$

b) $5x-10=0$

c) $-3x+9=0$

d) $-x+8=0$

e) $-2x=-14$

f) $-2x=14$

g) $\frac{x}{2}=-14$

h) $\frac{x}{2}=14$

Tipus 4:

Equacions sense reduir

Per exemple,

$3x-6+4x-4=2x-x+3+11$

Col·loquem els termes amb x en el primer costat de la igualtat, tenint en compte que canviem el signe si fem un canvi de costat. Aquest procediment es diu transposició de termes. Estem aplicant l'operació elemental 1. Tenim doncs,

$3x+4x-2x+x=3+11+4+6$

Així, en queda, $6x=24$.

Ara passem 6 a l'altre membre,

$x = \frac{24}{6}$ i simplificant, obtenim $x=4$.

Activitats proposades

11. Resol les equacions següents:

a) $4x-7=2-5x$

b) $6x-3x=x+8$

Tipus 5:

Equacions amb parèntesis

$-(3x-6)=-3x+6$

També farem servir la propietat distributiva per a multiplicar un número per un polinomi entre parèntesis.

Per exemple si hem de fer $3\cdot(x-2)$, multipliquem 3 per x i 3 per -2, i així tenim 3x-6.

Recorda que el càlcul de l'oposat és equivalent a multiplicar per -1, per tant, $-(3x-6)=-3x+6$

Exemples

Resol $3 \cdot (x-2) = 15$

Apliquem la propietat distributiva	$3x-6=15$
Col·loquem els termes amb x en el primer costat de la igualtat, tenint en compte que canviem el signe si fem un canvi de costat. Aquest procediment es diu transposició de termes.	$3x=15+6$
Simplifiquem en els dos costats de la igualtat.	$3x=21$
Aïllem x.	$x = \frac{21}{3}$
Simplifiquem.	$x=7$

Resol $7-(1-2x)=10$

Apliquem la propietat distributiva.	$7-1+2x=10$
Col·loquem els termes amb x en el primer costat de la igualtat, tenint en compte que canviem el signe si fem un canvi de costat. Aquest procediment es diu transposició de termes.	$2x=10-7+1$
Simplifiquem en els dos costats de la igualtat.	$2x=4$
Aïllem x.	$x = \frac{4}{2}$
Simplifiquem.	$x=2$

Activitats proposades

12. Resol les equacions següents:

a) $(x-3) - (3x-1) = 6$

b) $12 \cdot (x-1) - 8 \cdot (x-2) = 6$

Com veus, hi ha un punt (el signe de la multiplicació) entre el número i el parèntesis que es pot ometre i has d'entendre que hi ha una multiplicació, és a dir, és comú escriure $12(x-1) - 8(x-2) = 6$

Tipus 6:

Equacions amb denominadors

L'estratègia consisteix a multiplicar tots els termes pel mínim comú múltiple dels denominadors o per algun múltiple comú i a continuació simplificar.
x/5+x/3=40

Exemple: resol $\frac{x}{5} + \frac{x}{3} = 40$

Calculem el m.c.m. dels denominadors. En aquest cas, és 15.	
Multipliquem els dos membres per 15.	$15 \cdot \frac{x}{5} + 15 \cdot \frac{x}{3} 15 \cdot 40$
Simplifiquem.	$3x+5x=600$
Reduïm els monomis.	$8x=600$
Aïllem x.	$x= \frac{600}{8}$
Simplifiquem.	$x=75$

Activitats proposades

13. Resol les equacions següents:

a) $x + \frac{6}{8} = \frac{x}{2} + 2$	b) $\frac{3x}{2} - 3 = \frac{9}{2} - \frac{9}{4}$

c) $\frac{3x}{7} - 3 = \frac{x}{2} + 2$	d) $\frac{5x}{9} - \frac{5}{6} = \frac{10x}{9} - \frac{5}{2}$

Activitat resolta

Resol les equacions

a) $\frac{11}{20} = \frac{44}{x}$	b) $\frac{(x-3)}{5} = \frac{(x+4)}{4}$

En ambdós casos poden aplicar la propietat de equivalència de fraccions. Recorda que dues fraccions són equivalents si el producte de mitjos és igual al producte d'extrems, és a dir, si són iguals els productes encreuats.

a) $11x=20 \cdot 44 \cdot x= \frac{880}{11} \longleftrightarrow x=80$

b) $4 \cdot (x-3)=5 \cdot (x+4) \longleftrightarrow$ propietat distributiva $\quad 4x-12 = 5x+20$

$4x-5x=20+12$

$-x=32$

$x=-32$

5. Resolució de problemes mitjançant equacions

Quan volem resoldre un problema que té un enunciat on hi ha un valor desconegut poden plantejar una equació. Cal extraure les dades conegudes i anomenar x a la dada desconeguda. Després, plantegem una equació, mitjaçant la traducció al llenguatge algebraic de l'enunciat. A continuació, resolem l'equació i interpretem la solució per a dónar resposta a la pregunta del problema.

Exemple

La suma d'un nombre amb el doble i la meitat d'aquest dóna 175.

Nombre $\longrightarrow x$	Doble $\longrightarrow 2x$	Meitat $\longrightarrow \frac{x}{2}$

Equació:	$x+2x+\frac{x}{2}=175$
Multipliquem per 2	$2x+4x+x=350$
Reduim	$7x=350$
Aïllem x	$x=\frac{350}{7}$
Simplifiquem	$x=75$
Resposta: El nombre és 50.	

Retornant al problema inicial

Joan ven les taronges de la seua horta situada al sud de València, per internet a 2,5 €/ kg i també és pianista. Li han contractat per a fer diversos concerts al Teatre del Liceu de Barcelona al mes de desembre pel la qual cosa no podrà ocupar-se del negoci de les taronges. Així doncs, decideix contractar a Marcos perquè s'ocupe. Li donarà 1/3 del total de la venda. Si Joan espera obtenir 8.000 €, quants quilograms espera vendre el mes de desembre

Dades: Preu de venda 2,5 €/kg. Marcos 1/3 de les vendes. Joan espera obtenir 8000 € que corresponen a 2/3 de les vendes.

Estratègia: Prenguem x el nombre de kg venuts i plantegem una equació. Tenim en compte que Joan es queda amb 2/3:

$$\frac{2}{3}\cdot 2{,}5\cdot x = 8000$$

Resolen l'equació:

$$x=\frac{(8000\cdot 3)}{(2\cdot 2{,}5)} \qquad x=4800$$

Resposta: espera vendre 4800 kg.

Activitats proposades

14. El doble d'un número menys 8 unitats és igual a 82. Quin és aquest número?

15. Tenim 23 bitllets en total entre bitllets de 50 € i bitllets de 20 €. En total, tenim 790 €. Quants bitllets de cada classe tenim?

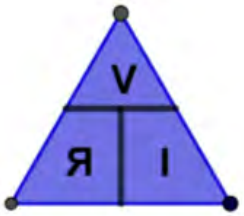
16. Hem comprat 16 contes iguals i hem pagat amb un bitllet de 100 € i ens han retornat 36 €. Quant val cada conte?

Activitats finals

1. La llei d'Ohm s'expressa mitjançant l'equació

$R = \frac{V}{I}$ Si R=5 ohms i la intensitat de 2 ampers, aleshores tenim l'equació

$5 = \frac{V}{2}$ Calcula el voltatge, és a dir, calcula V.



2. Resol les equacions següents:

a) $5x+9=44$	b) $9 \cdot (x-1)=81$
c) $\frac{x}{15}+x=\frac{2x}{5}+10$	d) $3 \cdot (x+7)=240$
e) $\frac{5}{(2x+1)}=\frac{1}{(x-1)}$	f) $3x+9=33$
g) $9 \cdot (x+4)=5 \cdot (4x-4)+1$	h) $\frac{x}{8}=1$
i) $2 \cdot (x+6)-3 \cdot (x+2)=x+4$	j) $3 \cdot (x-4)=4 \cdot (2x-3)+5$
k) $7x+4-2x=3+3x-7$	l) $6+\frac{x}{4}=7$
m) $\frac{(x-5)}{4}=1$	n) $4+\frac{x}{7}=20$
o) $8x-6+2x=6x+14$	p) $5x-2-(2x+3)=2x-7$
q) $\frac{8x}{3}+\frac{10x}{6}-\frac{5}{3}=\frac{2x}{3}+2$	r) $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{8}=\frac{3x}{4}+\frac{1}{4}$

3. Comprova si x=8 és solució de l'equació 3x-22=2.

4. Inventa una equació de primer grau que no tinga solució.

5. Inventa una equació de primer grau que tinga infinites solucions, és a dir, una igualtat que siga una identitat.

6. Alejandro té un salari format per una part fixa de 600 euros més el 5 per cent de les vendes. Si aquest mes ha guanyat 2500 euros, a quant ascendeixen les vendes?

7. Marta i Sonia han muntat un negoci. Marta va posar la tercera part del capital. Ara han tingut beneficis. Si a Marta li correspon la tercera part i ha guanyat 2400 euros. Quants diners han sigut els beneficis?

8. En un rectangle, la base mesura 5 cm més que l'altura. Si el perímetre mesura 58 cm, calcula les dimensions del rectangle.

9. La suma de les edats d'una família composta per un pare, una mare i dues bessones és 107. La mare va tindre a les bessones als 36 anys i el pare té 3 anys més que la mare. Quants anys té cadascú?

10. Un repartidor de paquets ha deixat la cinquena part de quilograms, però encara ha de repartir un total de 40 kg. Quants quilograms tenia a primera hora del matí?

11. Frederic ha comprat 20 bolígrafs. Ha pagat amb bitllet de 50 euros i li han retornat 38 euros. Escriu una equació que permeta calcular el preu d'un bolígraf.

Sabies que...

Mohammed Ibn Musa Al-Khwarizmi (780-850), és el més conegut dels matemàtics àrabs i es diu el pare de l'àlgebra. Se sap poc de la seua vida llevat que va viure en la primera meitat del segle IX i que va treballar a la biblioteca del califa de Bagdad.
Va escriure llibres sobre geografia, astronomia i matemàtica. En la seua obra Aritmètica ("Algoritmi de numere indorum") explica amb detall el funcionament del sistema decimal i del zero que usaven en l'Índia.

Cal destacar l'obra de contingut algebraic "Hisab al-yabr wa'l muqqabala", considerat un dels primers llibres d'àlgebra. En aquest llibre es fa servir la paraula "cosa" per a referir-se a la incògnita "x". Per exemple, el triple d'una cosa, al lloc de 3x. En àrab la pronuncia de cosa sona com "shay"'. D'ací procedeix la "x" d'ara.

Calculadora científica

Algunes calculadors científiques permeten introduir una equació completa i tenen una tecla anomenada CALC que dóna la solució. També existeixen pàgines on introdueixes l'equació i et dóna la solució amb passos com:
https://www.cymath.com/sp/
Pots comprovar la solució a partir de les tecles de producte, divisió, suma, resta, parèntesi i igual.

$$\frac{6 \cdot (x-4)}{4} = 9$$

7 és solució?

6

El resultat és 9 que és el que tenim en el segon membre de la igualtat. Per tant, 7 és solució de l'equació.

Activitats proposades

Comprova que la solució de l'equació x/3+x/2=5 és 6.

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 5 \text{ es } 6$$

Resum

Nom del concepte o propietat	Definició	Exemple
Expressió algebraica	És un conjunt de números i variables (lletres) entre els quals existeixen les operacions de suma, resta, producte, divisió, potència o arrel.	$7xy+\frac{8xy}{z}$
Monomi	És una expressió algebraica de la forma ax^n.	$-8x^3$
Monomis semblants	Són els que tenen la mateixa part literal.	$3x^2$ i $-8x^2$
Polinomi	És una suma de monomis no semblants.	$5x^3-8x+2$
Valor numèric	És el resultat de substituir la x pel número i fer les operacions. Si el número es negatiu es posen parèntesis.	El valor numèric de 7x per a $x=-2$ és -14
Suma de monomis semblants	Se sumen els coeficients i es deixa la mateixa part literal.	$3x+7x=10x$ $7x^3+11x \longrightarrow$ NO es pot reduir més
Multiplicació de monomis	El producte de dos monomis és un monomi. Es multipliquen els coeficients i se sumen els graus.	$5x \cdot 8x^2 = 40x^3$
Equació	És una igualtat que es compleix només per a alguns valors de les lletres.	$3x=-2x+10$
Parts d'una equació	Membres o costats de la igualtat: són les expressions que apareixen a cada costat del signe igual. Termes: són els sumands que formen els membres. Incògnites: són les lletres, els valors de les quals volem obtenir. Solucions: són els valors que cal donar a les llettres perquè es complisca la igualtat.	$3x=-2x+10$ **1r membre:** $3x$ **2n membre:** $-2x+10$ **Termes:** $3x$; $-2x$;10 **Incògnita:** x **Solució:** $x=2$

Autoavaluació

1. Si al triple d'un número li lleven 8 en dóna 52. Quin és el número?

a) 47 b) 22 c) 20 d) 14

2. Expressa en llenguatge algebraic: el triple d'un nombre, x, més dues unitats:

a) 3+x+2 b) 2 · x+3 c) 3x+2 d) 3 ·x ·2

3. La solució de l'equació 4x-5(x-1)=4-2x és:

a) -1 b) 2 c) 0 d) 1

4. Un retolador costa 70 cèntims més que un llapis. Quant costa cadascú si per 4 llapis i 3 retoladors he pagat 4,90 €?

a) Un llapis 0,40€ i un retolador 1,10€

b) Un llapis 0,30€ i un retolador 1 €

c) Un llapis 0,20€ i un retolador 0,90€

d) Caps de les anteriors

5. Maria, Carme i Ferran reben 2400 € per haver treballat de monitors en un campament de xiquets. Si Maria ha treballat el triple de dies que Ferran i Carme el doble que Ferran, com caldria fer el repartiment?

a) Maria 800€, Carmen 500 € i Ferran 250 €

b) Maria 900€, Carmen 600 € i Ferran 300 €

c) Maria 1500€, Carmen 1000 € i Ferran 500 €

d) Maria 1200€, Carmen 800 € i Ferran 400 €

6. La tanca que envolta una horta de forma rectangular mesura 120 m. Té 10 m més de llarg que d'ample. Quines són les mesures?

a) 45 m d'ample i 55 m de llarg

b) 25 m d'ample i 35 m de llarg

c) 20 m d'ample i 30 m de llarg

d) Cap de les anteriors

7. Tres nombres sumen 800. El mitjà és el triple del menor i el més gran és el quàdruple del menor. Quina d'aquestes expressions ens permet obtenir el nombre menor?

a) 4x+3x+x=800 b) 4x+3x+800=x c) 4+3+800x=2 d) 3x+x=-4x-800

8. El valor numèric del monomi $\frac{7}{4}x^2$ per a x=-2 és

a) -7 b) 3,5 c) -3,5 d) 7

9. La meitat d'un número més la tercera part d'aquest número és igual a 100. Quin és el número?

a) 400 b) 120 c) 240 d) 20

10. Quina és la solució de $\frac{12}{15} = \frac{16}{x}$

a) 10 b) 40 c) 20 d) 4

11. La suma de dos números és 40 i la seua diferència és 24. Quina equació permet calcular el número menor?

a) x+24=x+40 b) x+x=40+24 c) x+x+40=24 d) x+x+24=40

12. Calcula $-9x^2 \cdot \frac{1}{1} x^4$

a) -3x^6 b) -3x^5 c) 3x^6 d) -27x^8

Solucionari. Activitats proposades

1.

Monomi	Coeficient	Grau
$-4x$	-4	1
0	0	Infinit
9	9	0
$15x^8$	15	8
$6x$	6	1
$10x^3$	10	3
$\frac{5}{2}x^6$	$\frac{5}{2}$	6

2. a) No b) Sí

3. a) $7x$ b) $10x$ c) $-x^2$ d) $9x^5$

4. Realitza les operacions següents amb monomis:

a) $8x^2$ b) $24x$ c) $-32x^2$

d) $7x^2$ e) 0 f) $5x^2 \cdot 6x^8 = 30x^{10}$

g) $36x^4$ h) $-9x^3$ i) $24x^2$

5. **Completa**

Polinomi	Coeficients	Grau
$7x^3 - 5x + 2$	7,0,-5,2	3
$2x^3 - x^2 - 6x + 2$	2,-1,-6,2	3
$-2x^3 + 8$	-2,0,0,8	3
$x^6 - 5x^2 + 2x$	1,0,0,0,-5,2,0	6
$4x^2 - x$	4,-1,0	2
$8x^5 + 9x^4 - 5x^3 + x + 1$	8,9,-5,0,1,1	5
$2x^4 - x^3 + x - 1$	2,-1,0,1,-1	2
$x + 1$	1,1	1

6. $3 \cdot (-3) + 5 = -9+5 = -4$

7. $6 \cdot 4^2 = 6 \cdot 16 = 96$

8.

a) 1,67x	b) x+x+1+x+2 >20
c) 0,94x	d) $3x + \frac{x}{2} = 26$
e) $(x+y) \cdot (x-y)=5$	f) $\frac{2}{3}(x+y) + 13 \cdot (x-y)$
g) x-(x-1)	h) 1,07x
i) 0,7x	j) $(x+y) \cdot (x-y)=8$

9. El primer membre és 2x+3, el segon membre és 6x+1, els termes són 2x,3,6x,1 i la incògnita és x.

10.

a) x=-3 b) x=2 c) x=3 d) x=8
e) x=7 f) x=-7 g) x=-28 h) x=28

11. a) x=1 b) x=4

12. a) x=-4 b) x=0,5

13. a) x=2,5 b) x=3,5

14. x=9 d) x=3

15. L'equació que plantegem és 2x-8=82. La solució és x=45. Siga x= nombre de bitllets de 50€.
Aleshores, 23 - x = nombre de bitllets de 20€

Plantegem l'equació $50x+20 \cdot (23-x)=790$. La solució és x=11.
Per tant, hi ha 11 bitllets de 50 € i 12 bitllets de 20 €.

16. Siga x = nombre de contes. Plantegen l'equació 16x+36=100. La solució és x=4. Per tant, cada conte val 4 €.

Solucionari. Activitats finals

1. V=10 volts.

2.

a) x=7 b) x=10 c) x=15 d) x=73 e) 3x=2

f) x=8 g) x=5 h) x=8 i) 2x+12-3x-6=x+4; -2x=-2; x=1

j) 3x-12=8x-12+5; -5x=5;x=-1 k) x=-4 l) 24+x=28;x=4 m) x=9

n) x=112 o) x=5 p) x=-2 q) 16x+10x-10=4x+12; 22x=22;x=1

r) 4x+2x+x=6x+2;x=2

3. 3 · 8-22 = 24-22 = 2. Es compleix la igualtat, per tant, és la solució.

4. Per exemple, x+4 = x+5.

5. Per exemple, 2 · (x+3) = 2x+6.

6. Salari = 2500, vendes = x. Plantegem l'equació 600+0,05x = 2500.

Resolem l'equació: 0,05x=1900

$$x = \frac{1900}{0{,}05} \longleftrightarrow x = \frac{190000}{5} \longleftrightarrow x = 38000.$$

Resposta: Les vendes han sigut de 38000 €

7. Plantegem l'equació, 1/3 x = 2400, la solució de la qual és x=7200.
Per tant, han obtingut 7200 euros de beneficis.

8. Siga x la longitud de l'altura. Plantegem l'equació,
x+x+5+x+x+5=58. La solució és x=12. Per tant, l'altura mesura 12 cm i la base 17 cm.

9. Edat de les bessones=x; edat de la mare=36+x;
edat del pare= 39+x. Plantegem l'equació, 2x+36+x+39+x=107. La solució és 8.
Resposta. Les bessones tenen 8 anys, la mare 44 i el pare 47.

10. Siga x el nombre de quilograms al principi del matí. Plantegem l'equació:

$$\frac{x}{5}+40 = x \longleftrightarrow x+200 = 5x \longleftrightarrow x=50$$

Resposta: Tenia 50 kg.

11. Anomenem x al preu d'un bolígraf. Plantegem l'equació, 20x+38=50. (La solució és x=0,6 €. Només l'exercici demana l'equació.)

Solucionari. Activitats calculadora

6 ÷ 3 + 6 ÷ 2 =

El resultat és 5 que és el que tenim en el segon membre de la igualtat. Per tant, 6 és solució de l'equació.

Solucionari. Autoavaluació

1c) 2c) 3a) 4a) 5d) 6b) 7a) 8d) 9b) 10c) 11d) 12 a)