

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

| | |
|------------------------------|----------------------------|
| CONVOCATÒRIA: JULIOL 2023 | CONVOCATORIA: JULIO 2023 |
| Assignatura: MATEMÀTIQUES II | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

BAREM DE L'EXAMEN:

Heu de resoldre només **QUATRE** problemes dels **VUIT** que es proposen.

Cada problema puntua fins a 10.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 4, aproximada fins a les centèsimes. Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguin gràfiques o programables i que no puguin fer càlcul simbòlic ni emmagatzemar text ni fórmules en la memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:

El alumnado contestará solo **CUATRO** problemas entre los **OCHO** propuestos.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 4 y aproximada a las centésimas. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

En les respostes heu d'escriure tots els passos del raonament que feu

Problema 1. Donat el sistema d'equacions lineals $\begin{pmatrix} 2 & a+1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ 1 & 1 & a+2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, en el qual a és un paràmetre real:

- Discutiu el sistema en funció del paràmetre a . (6 punts)
- Obtingueu les solucions del sistema quan aquest siga compatible indeterminat. (4 punts)

Problema 2. Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ i $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, obtingueu:

- La matriu $M = (A - \alpha I)^2$, en la qual α és un paràmetre real. (6 punts)
- El valor de α si existeix, per al qual la matriu M és la matriu nul·la. (4 punts)

Problema 3. Donats els punts $A = (2, -1, 0)$, $B = (1, 2, 3)$ i $C = (-1, 0, 0)$:

- Trobeu l'equació implícita de la recta r que conté els punts A i B . (3 punts)
- Trobeu l'equació del pla π , perpendicular a la recta anterior r i que conté el punt C . (4 punts)
- Calculeu la distància del punt A al pla π . (3 punts)

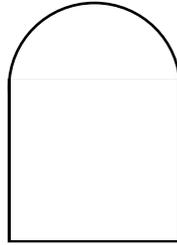
Problema 4. Donada la recta $r: (x, y, z) = (1, 1, 0) + \lambda(-1, -1, 2)$ i el pla $\pi: 5x + my + z = 2$:

- Obtingueu la posició relativa de r i π en funció de m . (6 punts)
- Per $m = 1$, calculeu el pla π' que conté a r i es perpendicular a π . (4 punts)

Problema 5. Considerem la funció $f(x) = \frac{-2x^2+x+1}{2x^2+5x+2}$.

- a) Comproveu que $x = -\frac{1}{2}$ és una discontinuïtat evitable. (2 punts)
- b) Calculeu els intervals de creixement i decreixement. (4 punts)
- c) Obtingueu $\int f(x) dx$. (4 punts)

Problema 6. Una finestra rectangular està coronada per un semicercle tal com s'indica en la figura següent.



Sabent que el perímetre de la finestra és de 20 metres calculeu:

- a) L'àrea de la finestra en funció de la seua amplària x . (3 punts)
- b) Les dimensions que ha de tenir la finestra perquè permeti la màxima entrada de llum. (5 punts)
- c) El valor d'aquesta àrea màxima. (2 punts)

Problema 7. En una urna hi ha tres boles verdes, quatre roges i cinc grogues, totes d'igual grandària.

- a) S'extrau una bola de l'urna, es mira el color i s'hi retorna. Es repeteix l'operació una altra vegada. Quina és la probabilitat que el color de les dues boles extretes siga el mateix? I la probabilitat que siguin diferents? (5 punts)
- b) S'extrauen al mateix temps tres boles. Quina és la probabilitat que les tres siguin de colors diferents? (5 punts)

Els resultats s'han d'expressar en forma de fracció o en forma decimal amb quatre decimals d'aproximació.

Problema 8. Una empresa té dues plantes de producció de telèfons portàtils. La primera planta en produeix de defectuosos amb una probabilitat de 0,02 i la segona amb una de 0,06. En comprar un portàtil de l'empresa, la probabilitat que siga de la primera planta és de 0,7. En comprem un. Determineu:

- a) La probabilitat que procedisca de la segona planta de producció i siga defectuós. (4 punts)
- b) Sabent que el portàtil comprat és defectuós, la probabilitat que l'haja fabricat la primera planta de producció. (6 punts)

Els resultats s'han d'expressar en forma de fracció o en forma decimal amb quatre decimals d'aproximació.

En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado.

Problema 1. Dado el sistema de ecuaciones lineales $\begin{pmatrix} 2 & a+1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ 1 & 1 & a+2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, donde a es un parámetro real:

- a) Discutir el sistema en función del parámetro a . (6 puntos)
- b) Obtener las soluciones del sistema cuando éste sea compatible indeterminado. (4 puntos)

Problema 2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, obtener:

- a) La matriz $M = (A - \alpha I)^2$, donde α es un parámetro real. (6 puntos)
- b) El valor de α , si existe, para el cual la matriz M es la matriz nula. (4 puntos)

Problema 3. Dados los puntos $A = (2, -1, 0)$, $B = (1, 2, 3)$ y $C = (-1, 0, 0)$:

- a) Hallar la ecuación implícita de la recta r que contiene a los puntos A y B . (3 puntos)
- b) Hallar la ecuación del plano π que es perpendicular a la recta anterior r y que contiene al punto C . (4 puntos)
- c) Calcular la distancia del punto A al plano π . (3 puntos)

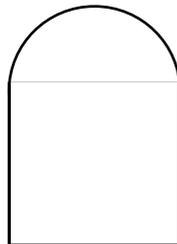
Problema 4. Dada la recta $r: (x, y, z) = (1, 1, 0) + \lambda(-1, -1, 2)$ y el plano $\pi: 5x + my + z = 2$:

- a) Obtener la posición relativa de r y π en función de m . (6 puntos)
- b) Para $m = 1$, calcular el plano π' que contiene a r y es perpendicular a π . (4 puntos)

Problema 5. Consideramos la función $f(x) = \frac{-2x^2+x+1}{2x^2+5x+2}$.

- a) Comprobar que $x = -\frac{1}{2}$ es una discontinuidad evitable. (2 puntos)
- b) Calcular los intervalos de crecimiento y decrecimiento. (4 puntos)
- c) Obtener $\int f(x) dx$. (4 puntos)

Problema 6. Una ventana rectangular está coronada por un semicírculo tal y como se indica en la siguiente figura.



Sabiendo que el perímetro de la ventana es de 20 metros:

- a) Calcular el área de la ventana en función de su anchura x . (3 puntos)
- b) Calcular las dimensiones que ha de tener la ventana para que permita la máxima entrada de luz. (5 puntos)
- c) Calcular el valor de dicha área máxima. (2 puntos)

Problema 7. Una urna tiene tres bolas verdes, cuatro rojas y cinco amarillas. Todas de igual tamaño.

- a) Se extrae una bola de la urna, se mira su color y se devuelve a la urna. Se repite de nuevo, una vez más, esta operación. ¿Cuál es la probabilidad de que los colores de las dos bolas extraídas sean el mismo? ¿Y la probabilidad de que sean distintos? (5 puntos)
- b) Se extraen al mismo tiempo tres bolas. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres sean de distinto color? (5 puntos)

Los resultados han de expresarse en forma de fracción o en forma decimal con cuatro decimales de aproximación.

Problema 8. Una empresa tiene dos plantas de producción de teléfonos móviles. La primera planta produce móviles defectuosos con probabilidad 0,02 y la segunda planta con probabilidad 0,06. Al comprar un móvil de esa empresa, la probabilidad de que sea de la primera planta es de 0,7. Compramos un móvil. Se pide determinar:

- a) La probabilidad de que proceda de la segunda planta de producción y sea defectuoso. (4 puntos)
- b) Sabiendo que el móvil comprado es defectuoso, la probabilidad de que lo haya fabricado la primera planta de producción. (6 puntos)

Los resultados han de expresarse en forma de fracción o en forma decimal con cuatro decimales de aproximación.